

VJEROJATNOST I MATEMATIČKA STATISTIKA (25 sati)

1. Opisna (deskriptivna) analiza podataka
 - vrste podataka (numerički: diskretni i neprekidni, kategorijalni: nominalni, ordinalni)
 - tabelarni i grafički prikaz podataka (frekvencijske tablice, stupčasti dijagram, histogram, *stem and leaf* dijagram, dijagram točaka, linijski dijagram)
 - mjere lokacije (aritmetička sredina (uzoračka sredina), medijan, mod)
 - mjere raspršenja (uzoračka standardna devijacija, uzorački momenti, raspon uzorka, interkvartil, dijagram pravokutnika)
 - mjere simetričnosti (koeficijent asimetričnosti)
2. Slučajne varijable
 - diskretne slučajne varijable – diskretne razdiobe (diskretna funkcija gustoće, funkcija distribucije)
 - neprekidne slučajne varijable – neprekidne razdiobe (funkcija gustoće, funkcija distribucije)
 - matematičko očekivanje, varijanca i standardna devijacija, momenti (linearna transformacija slučajne varijable)
 - primjeri diskretnih razdioba (uniformna, Bernoullijeva, binomna, Poissonova, geometrijska, negativna binomna, hipergeometrijska)
 - primjeri neprekidnih razdioba (uniformna, Γ -razdioba, eksponencijalna, χ^2 -razdioba, B-razdioba, normalna)
 - funkcije slučajnih varijabli
3. Funkcije izvodnice
 - funkcija izvodnica vjerojatnosti (f_{iv}) (primjeri: uniformna, Bernoullijeva, binomna, negativna binomna, hipergeometrijska, Poissonova, izračunavanje momenata)
 - funkcija izvodnica momenata (f_{im}) (veza s f_{iv} , primjena na važne neprekidne razdiobe)
 - funkcija izvodnica kumulanata (f_{ik})
 - f_{iv} , f_{im} i f_{ik} linearne transformacije slučajne varijable
4. Zajednička razdioba slučajnih varijabli
 - zajednička funkcija gustoće (tablični prikaz diskretne razdiobe, marginalne gustoće)
 - uvjetna funkcija gustoće
 - nezavisnost slučajnih varijabli
 - matematičko očekivanje funkcija dviju varijabli (očekivanje zbroja i produkta)
 - kovarijanca i koeficijent korelacije (definicija i svojstva)
 - varijanca zbroja slučajnih varijabli (varijanca zbroja nezavisnih slučajnih varijabli)
 - konvolucija
 - momenti linearnih transformacija slučajnih varijabli (momenti linearnih transformacija nezavisnih slučajnih varijabli pomoću funkcija izvodnica, primjeri)

5. Centralni granični teorem i primjena
 - slučaj nezavisnih jednako distribuiranih slučajnih varijabli
 - normalna aproksimacija binomne, Poissonove i Γ -distribucije (korekcija zbog neprekidnosti)
6. Uzorkovanje i statističko zaključivanje
 - populacija i slučajni uzorak (parametri populacije, statistike)
 - momenti uzoračke sredine i varijance
 - uzoračke razdiobe iz normalne populacije (razdioba uzoračke sredine: točna i na osnovi velikog uzorka, razdioba uzoračke varijance, neovisnost uzoračke sredine i varijance, Studentova t -razdioba, Fisherova F -razdioba)
7. Točkovno procjenjivanje
 - metoda momenata
 - metoda maksimalne vjerodostojnosti (modeli s konačno mnogo parametra, potpuni i nepotpuni uzorci)
 - nepristranost procjenitelja
 - srednje kvadratna pogreška procjene i konzistentnost procjenitelja
 - asimptotska razdioba procjenitelja maksimalne vjerodostojnosti
8. Pouzdani intervali
 - definicija (granice pouzdanog intervala)
 - određivanje pouzdenih intervala (direktnom (pivotnom) metodom, uloga duljine uzorka)
 - pouzdani intervali parametara normalne populacije
 - pouzdani intervali parametara binomne i Poissonove populacije (direktnom metodom za male uzorke, normalnom aproksimacijom za velike uzorke)
 - pouzdani intervali parametara dviju populacija (nezavisni uzorci, očekivanja i varijance dviju normalnih populacija, proporcije dviju populacija, očekivanja dviju Poissonovih populacija, sparni podaci)
9. Testiranje statističkih hipoteza
 - statistička hipoteza, statistički test i vrste pogreške (nulta (osnovna) i alternativna hipoteza o parametarski modeliranim populacijama, jednostavne i složene hipoteze, test-statistika, kritično područje, pogreške prve i druge vrste)
 - značajnost testa i P -vrijednost (jakost testa, najbolji test (Neyman-Pearsonova lema))
 - osnovni testovi na bazi jednog uzorka (testovi o parametrima očekivanja i varijance za normalne populacije, test o populacijskoj proporciji i test o parametru Poissonove populacije: egzaktno i na osnovi velikih uzoraka)
 - osnovni testovi na bazi dva nezavisna uzorka (testiranje razlike očekivanja dviju normalnih populacija, testovi o usporedbi varijanci dviju normalnih populacija, testovi o usporedbi populacijskih proporcija i razlike Poissonovih parametara: egzaktno i na osnovi velikih uzoraka)
 - testiranje razlike očekivanja dviju normalnih populacija na osnovi sparnih podataka
 - usporedba testiranja i pouzdanih intervala
 - χ^2 -test (test prilagodbe, kontingencijske tablice, testiranje nezavisnosti i homogenosti populacija)
10. Korelacijska i regresijska analiza

- veze između dviju slučajnih varijabli (dijagram raspršenja, linearna veza, primjeri)
- korelacijska analiza (uzorački koeficijent korelacije, zaključivanje o normalnom modelu: test koreliranosti, testovi o koeficijentu korelacije)
- analiza jednostavnog linearnog regresijskog modela (prilagodba modela: metoda najmanjih kvadrata, dekompozicija varijance, koeficijent determinacije, Gauss-Markovljevi uvjeti i normalni model: zaključivanje o parametrima modela, predviđanje i provjera modela, transformacijom podataka svodenje na linearni model)
- višestruka linearna regresija (definicija, metoda najmanjih kvadrata)

11. Analiza varijance

- jednofaktorska analiza varijance (ANOVA) (procjena parametara, dekompozicija varijance, provjera modela analizom reziduala, pouzdani intervali srednjih vrijednosti tretmana i njihovih razlika, ANOVA tablica, primjeri)

12. Uvjetno očekivanje

- uvjetno očekivanje (kao regresijska funkcija i kao slučajna varijabla)
- uvjetna varijanca

Literatura:

1. F. Daly, D.L. Hand, M.C. Jones, A.D. Lunn, K.J. McConway, *Elements of Statistics*, Addison-Wesley, 1995.
2. E.L. Lehmann, *Testing Statistical Hypotheses*, 2nd edition, Springer, 1997.
3. E.L. Lehmann, G. Casella, *Theory of Point Estimation*, 2nd edition, Springer, 1998.
4. Ž. Pauše, *Uvod u matematičku statistiku*, Školska knjiga, Zagreb, 1993.
5. I. Šošić, V. Serdar, *Uvod u statistiku*, Školska knjiga, Zagreb, 1992.
6. J.E. Freund, *Mathematical Statistics*, Prentice Hall International, 1992.
7. *Subject101: Statistical Modelling, Core Reading 2000*, Faculty and Institute of Actuaries
8. *Subjects C1/2: Statistics, Core Reading 1996*, Faculty and Institute of Actuaries