

Prof. dr. Hrvoje Šikić
PMF-Matematički odjel
Sveučilište u Zagrebu

AKTUARSKA MATEMATIKA I

1. Konceptualni zadaci.

1. Što je selekcija? Koje osnovne kategorije selekcija poznajete?
2. Opišite osnovne elemente za policu doživotnog osiguranja za slučaj smrti sa sudjelovanjem u dobiti.
3. Izračunajte neto premiju za doživotno osiguranje za slučaj smrti sa sudjelovanjem u dobiti, ako se bonus i premija plaćaju jednom godišnje, uz pretpostavku da se bonus daje na kraju godine.
4. Opišite funkciju bruto budućih troškova (GFL) za slučaj police doživotnog osiguranja, tako da se premije plaćaju kontinuirano.
5. Što je matematička pričuva? Kako se vrši izračun za pričuvu?
6. Što je cilmerizacija?
7. Što je vektor profita? Izrazite vektor profita pomoću porasta pričuve.
8. Opišite pojam otkupa i otkupne vrijednosti.
9. Što je *buy-back* metoda?
10. Koji su osnovni načini određivanja cijene garancija na ulaganje? Opišite ih.
11. Što je i kako se koristi "sjevernoamerička metoda"?
12. Opišite ukratko značaj direktnih čimbenika koji utječu na smrtnost.
13. Što je TFR?
14. Što je K_x i H_x kod pristupa *Manchester Unity*?

2. Teorijski zadaci.

1. Definirajte $\mu_{x+t:y+t}$ i dokažite da je $\mu_{x+t:y+t} = \mu_{x+t} + \mu_{y+t}$.
2. Opišite smisao oznake ${}_k|q_{xy}$ i dokažite da je $P(K_{xy} = k) = {}_k|q_{xy}$.
3. Definirajte $T_{\overline{xy}}$ i izrazite funkciju distribucije ove slučajne varijable pomoću funkcija distribucije pojedinih života i zajedničkog života.
4. Dokažite da je $K_{xy} + K_{\overline{xy}} = \min\{K_x, K_y\} + \max\{K_x, K_y\}$.
5. Interpretirajte što su \bar{A}_{xy} , ${}^2\bar{A}_{xy}$.
6. Interpretirajte $\ddot{a}_{\overline{K_n+1}|}$.
7. Izračunajte Zillmerov ispravak za doživotno osiguranje za slučaj smrti; zanemarite troškove zaključivanja police.
8. Napišite i objasnite formulu za neto sadašnju vrijednost pokazatelja profita.
9. Izvedite formule za nezavisne stope smrtnosti uzrokovane posebnim uzrocima.
10. Dokažite, na primjeru police doživotnog osiguranja, da je *buy-back* metoda ekvivalentna primjeni jednadžbe očekivanih sadašnjih vrijednosti.
11. Uz koju pretpostavku je centralna stopa smrtnosti jednaka intenzitetu smrtnosti? Dokažite.
12. Opišite rekurzivnu formulu za procjenu rasta populacije.

2. Praktični zadaci.

1. Nakon 10 godina podijelit će se iznos od 50 000 HRK između tri muškarca A (dobi 40 godina), B (dobi 35 godina), C (dobi 25 godina), po sljedećem pravilu. Ako su sve tri osobe žive, osoba A dobiva 30 000 HRK, a druge dvije osobe dijele preostali iznos na jednake dijelove. Ako su točno dvije osobe žive iznos se dijeli na jednake dijelove. Ako je samo jedna osoba živa, onda ta osoba dobiva 40 000 HRK. Koristeći A1967-70 odredite koliki je u ovom trenutku očekivani iznos za osobu A .

2. Promatrajmo neprofitno mješovito osiguranje za osobu pristupne dobi 60 godina (koristite A1967-70), pri čemu je osigurana svota 30 000 HRK, a trajanje osiguranja je 4 godine. Preko jednadžbe vrijednosti izračunajte godišnju premiju za ovu policu, uz pretpostavku da vrijede sljedeći uvjeti. Imamo fiksnu kamatnu stopu od 6%, početni troškovi su 500 HRK, troškovi obnove su 50 HRK godišnje (plus rast za inflaciju, pri čemu je stopa inflacije za troškove 4%).

3. Za policu iz prethodnog zadatka izračunajte tok novca (*cash flow*).

4. Uz pretpostavku da su budući životi osoba (80) i (85) nezavisni, izvedite izraze za vjerojatnost da

a) prva smrt nastupi nakon 5, a prije 10 godina od sada

b) zadnja smrt nastupi nakon 5, a prije 10 godina od sada.

5. Sljedeća tablica pokazuje iskustvo o broju smrti i odlazaka u mirovinu za manje mjesto. Uz pretpostavku da su promjene nastale zbog odlaska nekih tvrtki povećale stopu odlaska u mirovinu za 0,01, a ostavile nepromijenjenima stope smrtnosti, pripremite revidiranu tablicu.

dob (x)	aktivni	smrti $(ad)_x^d$	mirovine $(ad)_x^r$
62	8 000	150	720
63	7 130	140	700
64	6 290.		

6. Koristeći model rasta populacije, odredite izraz za procjenu broja preživjelih dvogodišnjaka dvije godine nakon početka promatranja.